CASA EDITORA DEL POLO

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA REDES Y TELECOMUNICACIÓNES

©VICTOR HUGO CAIZA ROBALINO

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO STANFORD
Condición Universitario

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA REDES Y TELECOMUNICACIÓNES

© Datos del docente autor:

Nombre: Victor Hugo Caiza Robalino

Título(s) profesional(es):

- Magister en aprendizaje de la Física
- Doctor en la enseñanza de la Matemática
- Licenciado en ciencias de la educación especialidad física y matemática

Profesor(a) de:

- Instituto STANFORD, Carrera de Redes y telecomunicaciones: FUNDAMENTOS DE FÍSICA PARA REDES Y TELECOMUNICACIÓNES

Casa Editora del Polo - CASEDELPO CIA. LTDA.
Departamento de Edición

Editado y distribuido por:

Editorial: Casa Editora del Polo
Sello Editorial: 978-9942-816
Manta, Manabí, Ecuador. 2019
Teléfono: (05) 6051775 / 0991871420
Web: www.casadelpo.com
ISBN: 978-9942-684-32-5
DOI: https://doi.org/10.23857/978-9942-684-32-5

© Primera edición
© Septiembre - 2024
Impreso en Ecuador

Revisión, Ortografía y Redacción:
Lic. Jessica M. Mero Vélez

Diseño de Portada:
Michael J. Suárez-Espinar

Diagramación:
Ing. Edwin A. Delgado-Veliz

Director Editorial:
Lic. Henry D. Suárez Vélez

Todos los libros publicados por la Casa Editora del Polo, son sometidos previamente a un proceso de evaluación realizado por árbitros calificados.
Este es un libro digital y físico, destinado únicamente al uso personal y colectivo en trabajos académicos de investigación, docencia y difusión del Conocimiento, donde se debe brindar crédito de manera adecuada a los autores.

Comité Científico Académico

Constancia de Arbitraje

La Casa Editora del Polo, hace constar que este libro proviene de una investigación realizada por los autores, siendo sometido a un arbitraje bajo el sistema de doble ciego (peer review), de contenido y forma por jurados especialistas. Además, se realizó una revisión del enfoque, paradigma y método investigativo; desde la matriz epistémica asumida por los autores, aplicándose las normas APA, Sexta Edición, proceso de anti plagio en línea Plagiarisma, garantizándose así la cientificidad de la obra.

Comité Editorial

Contenido

PRÓLOGO

El presente modulo es un trabajo de compilación científica, diseñado para acompañar en el conocimiento a los estudiantes que cursan el primer semestre, con la finalidad de motivar, crear, potencializar los aprendizajes mínimos que exigen el mundo actual para la carrera que está estudiando.

La edición tiene el soporte de la plataforma institucional con acciones que busca crear espacios de integración del aprendizaje de los estudiantes, mediante el uso de la tecnología con recursos dinámicos y didácticos para su aplicación en el entorno fomentando el desarrollo académico y humano, acorde a la planificación curricular de la carrera implementado evaluaciones para que el estudiante desarrolle habilidades y destrezas a lo largo de su formación académica.

Cada unidad incluye el fundamento teórico con ejemplos explicativos, gráficos de autoría propia para orientar el aprendizaje de forma visual, enlaces de videos tutoriales en YouTube para reforzar el contenido, también el enlace al celular mediante el código QR del software libre GeoGebra, Symbolab y/u otros para las gráficas y cálculos matemáticos.

Este módulo es el resultado de la constante labor docente y del acompañamiento académico diario a los estudiantes que con sus preguntas a veces sin sentido, buscan una respuesta fácil de entender.

"Siempre estamos en constante aprendizaje"

Victor Hugo Caiza R.

UNIDAD I

CONJUNTO DE NÚMEROS

LECCION 1: Introducción a los símbolos matemáticos

INTRODUCCIÓN

Al abordar el estudio de las matemáticas, es fundamental familiarizarse con su lenguaje, especialmente con sus símbolos. Existen ciertos símbolos, conocidos como constantes lógicas, que representan objetos matemáticos específicos, como los números (0, 1, $\sqrt{2}$, π). Por otro lado, están las variables, que se emplean para denotar un elemento no determinado dentro de un conjunto específico. Este conjunto se denomina conjunto universal de la variable "x", donde cada elemento del conjunto de llegada corresponde a un valor de dicha variable.

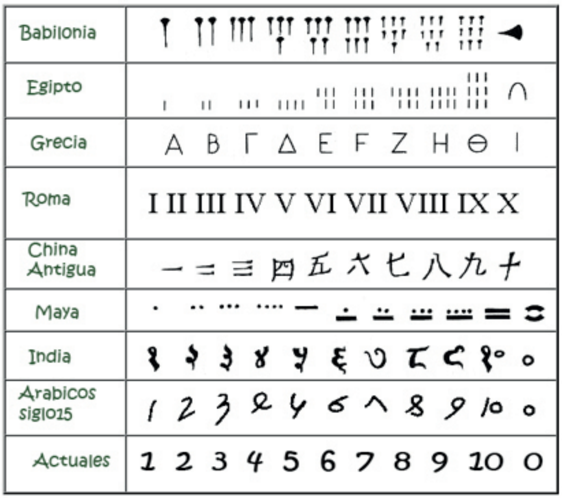
De igual manera, se emplean otros símbolos que representan operaciones y relaciones, tales como constantes lógicas y variables. Estos símbolos incluyen:

- Signos de operación: Son los que se utilizan en aritmética para la suma, resta, multiplicación y división.
- Signos de relación: Indican la conexión entre dos cantidades, incluyendo el signo igual y los signos de mayor y menor.
- Signos de agrupación: Señalan que las operaciones dentro de ellos deben realizarse primero; estos son los paréntesis, corchetes y llaves.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	$\cong$	es congruente con
$>$	es mayor que	$\sim$	es semejante con
$\leq$	es menor o igual a	$\perp$	es perpendicular a
$\geq$	es mayor o igual a	$\neq$	es distinto de
$\llcorner$	ángulo recto	//	es paralelo a
$\measuredangle$	ángulo	$\in$	pertenece a
log	logaritmo en base 10	$\overline{AB}$	trazo AB
ϕ	conjunto vacío	$\lvert x \rvert$	valor absoluto de x
[x]	parte entera de x	x!	factorial de x
ln	logaritmo en base e		

Tabla 1. Simbolos matemáticos



LECCION 2: Conjunto de los números naturales.

LOS NUMEROS NATURALES

Los números naturales son aquellos que empleamos en nuestra vida diaria para contar o clasificar, y forman parte del conjunto de números enteros positivos.

El conjunto de los números naturales se denota con la letra N, cuyos elementos son:

N=(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,……)

Se considera que el 0 es un número natural, pero algunos libros no acuerdan esto. Los números naturales en general no tienen parte decimal, es decir no son fraccionados, son infinitos, es decir si a un número natural se suma 1, se obtiene el siguiente número natural, etc..

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS NATURALES

Los números naturales se representan en una recta numérica, donde están organizados de forma ascendente. En el centro de esta recta se encuentra el número cero (0). A la derecha del cero, a intervalos iguales, se disponen los números naturales en orden creciente: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,... y así sucesivamente hasta el infinito positivo.

Figura 1. Recta numérica

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS NATURALES

Los números naturales cumplen estrictamente con las siguientes propiedades.

Tabla 2. Propiedades de los Naturales

PROPIEDADES	SUMA	MULTIPLICACIÓN
CONMUTATIVA	Podemos cambiar el orden de los sumandos y el resultado no cambia Si $a, b \in \mathbb{N}$, entonces $a + b = b + a$ Ejemplo: $13 + 4 = 4 + 13$	Podemos cambiar el orden de los factores y el producto no cambia Si $a, b \in \mathbb{N}$, entonces $a \times b = b \times a$ Ejemplo: $8 \times 4 = 4 + 8$
ASOCIATIVA	Tres o más números naturales se asocian para sumar de distinta forma y el resultado no altera: Si $a, b \in \mathbb{N}$, entonces $a + (b + c) = (a + b) + c$ Ejemplo: $3 + (4 + 5) = (3 + 4) + 5$	Tres o más números naturales se asocian para realizar el producto de distinta forma y el resultado no altera: Si $a, b \in \mathbb{N}$, entonces $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ Ejemplo: $3 \times (4 \times 2) = (3 \times 4) \times 2$

Aforo

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Aforo	Aula virtual	¿Cuál es su opinión sobre la importancia de la matemática en la carrera?	1 horas	2,00 puntos

LECCION 3: Conjunto de los números enteros

LOS NÚMEROS ENTEROS

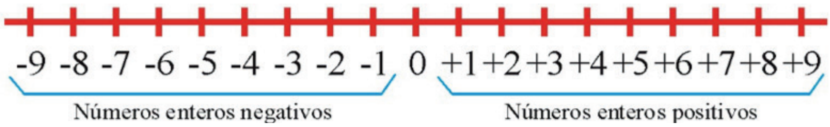
Los números enteros (Z) están conformados por el conjunto de los números positivos y negativos, incluido el cero.

Z={……-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,…….}

Los números enteros son un subconjunto de los números reales e incluyen a los números naturales, que son los enteros positivos. La aparición de los números negativos fue una necesidad para el avance del álgebra.

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Figura 2. Recta de los números enteros



PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Tabla 3. Propiedades de los Enteros

	Suma	Multiplicación
Conmutativa	(–3) + (+ 4) = (+ 4) + (–3)	(–3) · (+ 4) = (+ 4) · (–3)
Asociativa	[(+ 5) + (+ 7)] + (– 9) = = (+ 5) + [(+7) + (–9)]	[(+ 5) · (+ 7)] · (– 9) = = (+ 5) · [(+7) · (–9)]
Elemento neutro	(–6) + 0 = (– 6)	(+ 5) · 1 = (+ 5)
Elemento opuesto o simétrico	(+3) + (– 3) = 0	

Tarea N ° 1

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web, Casa	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 1

1. En la mañana el termómetro marco -3 °C. Este momento marca +4 °C. ¿Cuántos grados subió la temperatura?

2. ¿Qué número entero es mayor que +2?

3. ¿En qué parte de la recta numérica se representan los números negativos?

4. ¿Qué tipo de números enteros se utilizan para representar las temperaturas que están por debajo de 0 grados?

5. ¿Qué número se utiliza para representar el nivel del mar?

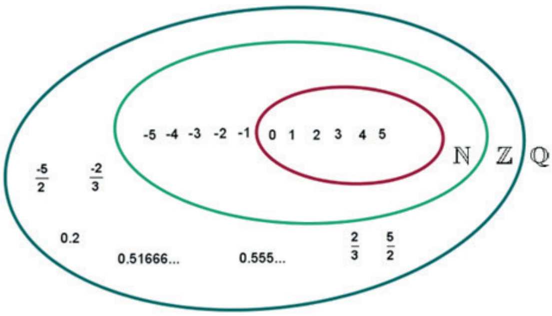
LECCION 4: Conjunto de los números racionales

NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales (Q) son fracciones que se pueden crear a partir de números enteros y están incluidos en la recta real.

Los números racionales son números reales que se expresan como una fracción compuesta por dos enteros, ya que se especifican tanto el numerador como el denominador. El término "racionales" proviene de la traducción del inglés "rationals", que se relaciona con "ratio", es decir, fracción.

Figura 3. Representación gráfica de los Racionales



REPRESENTACIÓN EN LA RECTA DE LOS NÚMEROS RACIONALES

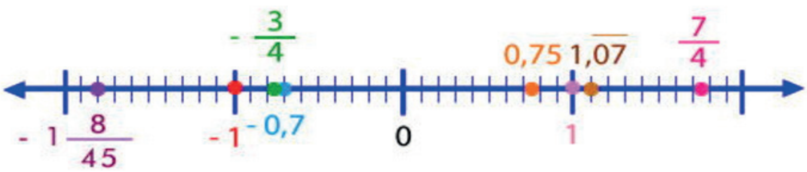


Tabla 4. Propiedades de los Racionales

PROPIEDADES DE LA SUMA	PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACION
Propiedad Conmutativa $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	Propiedad Conmutativa $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$
Propiedad Asociativa $\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$	Propiedad Asociativa $\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}$
Elemento Neutro: (Cero) $\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$	Elemento Neutro: (Uno) $\frac{a}{b}\cdot 1=\frac{a}{b}$
Opuesto: (-a/b) $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$	Inverso: (b/a) $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=\frac{a\cdot b}{b\cdot a}=1$
Propiedad Distributiva $\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$	

Prueba Escrita 1

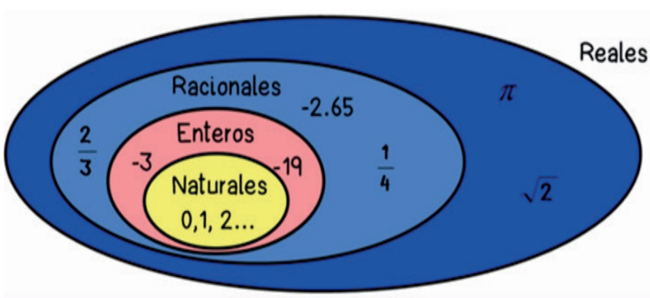
Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Evaluación virtual	Plataforma moodle	Realizar la evaluación en la plataforma	1 horas	2,00 puntos

LECCION 5: Conjunto de los números reales

LOS NUMEROS REALES

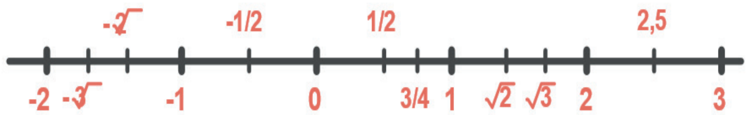
Este conjunto está formado por la unión de los conjuntos de números racionales e irracionales. Se representa con la letra R.

Figura 4. Representación gráfica de los Reales



REPRESENTACIÓN EN LA RECTA DE LOS NÚMEROS REALES

Figura 5. Recta de los números reales



PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES

Tabla 5. Propiedades de los Reales

PROPIEDADES	SUMA	MULTIPLICACIÓN
CERRADURA	La suma de dos números reales es otro número real, si a y $b \in \Re$, entonces: $a + b \in \Re$.	La multiplicación de dos números reales es cerrada: si a y $b \in \Re$, entonces: $a \, . b \in \Re$
CONMUTATIVA	La suma de dos números reales es conmutativa, si a y $b \in \Re$, entonces: $a + b = b + a$.	La multiplicación de dos números reales es conmutativa, entonces: $a \, . b = b . a$
ASOCIATIVA	La suma de números reales es asociativa: $(a + b) + c = a + (b + c)$.	El producto de números reales es asociativo: $(a . b) . c = a . (b . c)$
ELEMENTO NEUTRO	La suma de un número real con el cero es el mismo número real: $a + 0 = a$	En la multiplicación, el elemento neutro es el 1: entonces: $a \, . 1 = a$.
MODULATIVO	Para cada número real a hay otro número real simétrico, de tal manera que la suma entre ellos es 0: $a + (-a) = 0$	Para cada número real a diferente de cero, hay otro número real llamado "inverso multiplicativo", tal que: $a \, . a^{-1} = 1$.

Actividad de Refuerzo 1

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad en clase	Biblioteca Web Aula virtual	Realizar los ejercicios propuestos del tema	1 horas	2,00 puntos

LECCION 6: Reducción de términos semejantes

TÉRMINOS SEMEJANTES

Dos o más términos semejantes se procede a reducir si tienen el mismo factor literal, es decir sumar o restar los coeficientes numéricos a una sola expresión algebraica conservando el factor literal.

EJEMPLO: Reducir los términos semejantes de la siguiente expresión: 3a-5b+8a-b-2b-a+5b+6a	
Se agrupan los términos según la parte literal	(3a+8a-a+6a)+(-b-5b-2b+5b)
Se suman los términos de del mismo signo	(17a-a)+(-8b+5b)
Se restan los términos de diferente signo	16a-3b

Tarea N ° 2

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web Casa	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 2

1. ¿Cuál de los siguientes términos es un término semejante a x^2y?

   a) $5yx^2$ b) $-7y^2x$ c) $9xy$ d) $-3yx$

2. ¿Cuál de las siguientes expresiones No es un término semejante a x^2y^2?

   a) $-0{,}05y^2x^2$ b) $\frac{1}{2}\,y^2x^2x$ c) $-3\,x^2y^{-2}$ d) $-\sqrt{3}\,x^2y^2$

3. De los cuatro términos a continuación, ¿cuál no es un término semejante a los otros tres?

   a)$-y^4xz$ b) $-\frac{1}{2}\,xy^4z$ c) $-3\,x^4yz$ d) $-\sqrt{5}\,zxy^4$

4. Reducir términos semejantes: $2ab - 5a + 8ba - 7b + 3b + 10a - 7ab$

   a)$5a + 3ab - 4b$ b))$2a + 3ab - 3b$ c))$-5a + 3ab + 4b$ d))$2a - 3ab - 4b$

5. Unir con una flecha la respuesta correcta

$-3a^2 + 3mx$		$3a^2b^3 - 6a^3b^2 + 4a^2b^3 + 2b^2a^3$
$7a^2b^3 - 4a^3b^2$		$-n + 4x - 2n + 4x + n$
$5mx - 3a^2$		$2mx - 5a^2 + 3mx + 2a^2$
$-2m^2 + b^2$		$2a^2 - 3mx - 5a^2 + 6mx$
$-2n + 8x$		$4ax - 3m^2 + m^2 - 4ax + b^2$

LECCION 7: Operaciones combinadas

OPERACIONES COMBINADAS

Las operaciones combinadas implican la realización de diversas operaciones sobre números enteros, lo que significa que se llevan a cabo diferentes tipos de cálculos, como sumas, restas, multiplicaciones o divisiones.

PRIORIDAD DE OPERACIONES

Para las operaciones combinada donde aparecen diferentes signos, se establece el siguiente orden de supresión:

1. Primeramente se suprimen en este orden: los Paréntesis ( ), los corchetes [ ] y las llaves { }
2. A continuación, los Productos y cocientes
3. Y por último las sumas y restas

EJEMPLO: Realizar la siguiente expresión: $\sqrt{9^2+12^2}+(2+1)^2-(-1+2+3)^2-\sqrt[3]{-125}$	
Se realiza las operaciones internas	$\sqrt{81+144}+(3)^2-(+4)^2-\sqrt[3]{(-5)^3}$
Se realiza las leyes de los exponentes	$\sqrt{225}+9-64-(-5)$
Se reduce términos semejantes	$15+9-64+=-35$

Informe de laboratorio 1

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Informe de laboratorio	Biblioteca Web Artículos científicos	Determinar un número irracional mediante el uso del compás para ubicar en la recta numérica	5 horas	5,00 puntos

Autoevaluacion 3

1. El resultado de: $\sqrt{24+4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2}\div\left[\frac{39}{8}+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]\times(-1)^3+\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

   a) $-9/8$ b) $-8/9$ c) $-7/9$ d) $-7/8$

2. El resultado de: $\left(\frac{4}{9}\div\frac{16}{18}\right)^{-1}+\left(-\frac{2}{3}\right)^3\div\left(0,\hat{6}\right)-\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}\div 1,\hat{6}$

   a) $35/18$ b) $12/69$ c) $19/35$ d) $76/45$

3. El resultado de: $5^3-\sqrt{1+0,4\times\frac{11}{10}}+0,5^2\div 10$

   a) 9,224 b) 10,125 c) 11,123 d) 12,405

4. El resultado de: $30(0,2)^2-4500(0,1)^3+\sqrt{0,25}-\sqrt[3]{0,008}$

   a) -2 b) -3 c) -4 d) -5

5. El resultado de: $\frac{3}{2}-\frac{1}{5}\left[\frac{1}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2\div\frac{4}{6}+\frac{7}{6}\right]+\sqrt{\frac{49}{36}}$

   a) $5/2$ b) $2/5$ c) $3/5$ d) $4/5$

LECCION 8: Ejercicios de refuerzo

RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIO

1) $1,6+3\cdot(5,6-4,8)$
2) $2,48-3,1\cdot 0,4+2,8\cdot 1,7$
3) $4,3-0,2\cdot(0,7+1,2-0,4)$
4) $4,25-(1,2+0,75)+1,06$
5) $5-[8,2-(3,6+1,9-2,4)]$
6) $3,2\cdot 1,1-(4,2\div 0,5-3)$
7) $-8,4\cdot 0,1+3\cdot\left(-4\cdot 0,25+3^2\right)+4,1\div 2$
8) $9,41+1,05\div 0,5^2-\left(3,4\cdot 0,1-2^2\right)$
9) $-(6-3,15)\cdot 0,8-7,1\div 2,84$
10) $1,5^3-3,2\cdot 0,1+4,84\div 0,2$

Actividad de Refuerzo 2

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad en clase	Biblioteca Web Aula virtual	Realizar los ejercicios propuestos del tema	1 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 4

Unir con una línea la respuesta correcta

1) $-4\ (8 : (-11+7) + 3\ (-2+6))=$

2) $-12 : (-4\ (5-3) - 2\ (-23+21))=$

3) $5\ (-16 : (21-13) -3\ (-7+15))=$

4) $(-10 : (17-12) + 2\ (-8+5)) - 15=$

5) $-28 : ((-12+9) - (9 - 12:3) + 1) =$

6) $-45 : (-2 + 12:(-7+3)) + 12 =$

7) $-(-24:(-15+7)) + 5 =$

8) $-36 :(-8 :(-5+3) + 12:(-2+8))=$

9) $3\ (-8) + (-3)\ (-12 + 10) =$

10) $12 : (-12 + 8) =$

11) $-5(3-4)-(6-8)(4-9)=$

O	-3
S	-23
R	3
J	-18
E	-130
M	2
L	21
E	4
E	-40
E	-6
R	-5

UNIDAD II

LÓGICA MATEMATICA

LECCION 9: Historia e introducción

HISTORIA

La lógica, como rama del pensamiento, tiene sus raíces en la antigua Grecia. El término “lógica” proviene del griego “logos”, que se traduce como “pensamiento” o “razón”.

DEFINICIÓN DE LÓGICA MATEMATICA

La lógica matemática es la disciplina que analiza el razonamiento mediante proposiciones que solo pueden ser evaluadas de dos formas: como verdaderas o falsas. Se basa en una o varias afirmaciones, conocidas como “premisas”, a partir de las cuales se derivan otras afirmaciones que constituyen la “conclusión”.

EL LENGUAJE DE LA LÓGICA

La lógica matemática se representa mediante símbolos matemáticos y sigue un conjunto de reglas que organizan las proposiciones utilizando conectores lógicos, como la conjunción, la negación y otros.

A continuación, se presentan ejemplos de algunas proposiciones simples, las cuales se indican con una letra minúscula (o mayúscula) seguida de dos puntos:

p: 2+5 = 7 (verdadera)

q: Los perros son mamíferos (verdadera)

r: 10 es menor que 8 (falsa)

s: Todo número real es un número entero (falsa)

Dentro del paréntesis se encuentra el valor de verdad de la proposición, que indica si es cierta o no. Este valor también se representa mediante los números 1 (Verdadero) y 0 (Falso).

Los siguientes ejemplos de expresiones no son proposiciones lógicas:

¡Sal de allí!, Buenas tardes, ¿Hola qué tal?, Hace un bello día, $x+3 = 12$

Tarea N ° 3

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web Casa	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

LECCION 10: Tablas de verdad

TABLAS DE VERDAD

Las tablas de verdad son una herramienta utilizada para determinar si una fórmula compuesta (es decir, que incluye varias proposiciones) es siempre verdadera, a veces verdadera o nunca verdadera (es decir, siempre falsa). Si los valores son siempre verdaderos, se trata de una tautología; si son siempre falsos, estamos ante una contradicción.

Tabla 6. Tablas de verdad

La conjunción

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La disyunción

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La negación

p	$\sim p$
V	F
F	V

El condicional

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

El bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Proyecto práctico 1

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Proyecto: La aplicación de la matemática en la vida real	Biblioteca Web Artículos científicos	Presentar el informe según formato	5 horas	5,00 puntos

Ejemplo: evalué la siguiente proposición compuesta mediante la tabla de verdad: $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$

Se debe considerar las reglas de cada una de las tablas de verdad para ubicar el valor de verdad correspondiente

p	q	$p\wedge q$	$\sim(p\wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p\rightarrow\sim q$	$\sim(p\wedge q)\leftrightarrow(\sim p\rightarrow\sim q)$
V	V	V	F	F	F	V	F
V	F	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Autoevaluacion 5

Hallar la tabla de la verdad de la proposición:

1. $\sim p \wedge \sim q$
2. $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
3. $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$
4. $[(\sim p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \sim q)] \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$
5. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$
6. $\sim (p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
7. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow [(\sim p) \vee q]$
8. $[\sim (p \vee q)] \leftrightarrow [(\sim p) \wedge (\sim q)]$
9. $[\sim (p \leftrightarrow q)] \leftrightarrow [p \leftrightarrow (\sim q)]$
10. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \rightarrow (\sim p \rightarrow q$

LECCION 11: Ejercicios de refuerzo

Ejercicios

Cuando se presentan tres o más proposiciones se aplican de igual manera las reglas de las tablas de verdad.

Ejemplo: realice la tabla de verdad: $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$p\rightarrow q$	$p\rightarrow r$	$(p\rightarrow q)\wedge(p\wedge r)$	$p\rightarrow r$	$[(p\rightarrow q)\wedge(p\rightarrow r)]\rightarrow(p\rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Ejemplo: Usando la tabla de verdad demostrar: $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Ejemplo: Usando la tabla de verdad demostrar: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \wedge r)$

p	**q**	**r**	$\neg p$	$(p \rightarrow q)$	$(\neg p \wedge r)$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \wedge r)$
F	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V
V	V	F	F	V	F	F
V	V	V	F	V	F	F

Prueba Escrita 2

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Evaluación virtual	Plataforma moodle	Realizar la evaluación	1 horas	2,00 puntos

LECCION 12: Circuitos Lógicos

INTRODUCCIÓN

Los circuitos lógicos actúan como una herramienta complementaria esencial para facilitar una comprensión más profunda de las representaciones simbólic as que no son gráficas.

Este tipo de representaciones gráficas se emplean en el ámbito de la informática y se denominan circuitos digitales, un término que deriva del concepto de dígito, especialmente de los dos dígitos «0» y «1». Estos valores son conocidos como forma binaria.

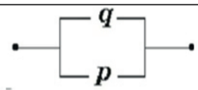
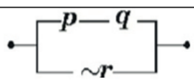
VALORES	VOLTAJE	SIGNIFICADO
0	low	falso con símbolo F
1	high	verdadero V

Los dígitos binarios 0 y 1 son los únicos conocidos como bits, que es la abreviatura de “binary digit” y representa la unidad más pequeña de información. Manifiestan conceptos como una moneda con dos caras, verdadero o falso, arriba o abajo, entre otros. En este contexto, la representación gráfica de los valores de verdad de una proposición p sería:

CIRCUITO 1	P		circuito cerrado: $V_{(p)} = V$
CIRCUITO 2	P		circuito cerrado: $V_{(p)} = F$

CIRCUITOS LÓGICOS

Tabla 7. Circuitos lógicos

CIRCUITO	DIAGRAMA	CIRCUITO LÓGICO
SERIE		$p \wedge q$
PARALELO		$p \vee q$
MIXTO		$(p \wedge q) \vee r$

Tarea N ° 4

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web Casa	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

LECCION 13: Leyes del algebra proposicional

CONCEPTO

La lógica proposicional, también conocida como lógica de enunciados, es un sistema formal en el que los elementos más básicos simbolizan proposiciones o enunciados. Las constantes lógicas, denominadas conectivos lógicos, representan operaciones entre estas proposiciones y permiten la creación de nuevas proposiciones más complejas.

LEYES DEL ALGEBRA PRPOSICIONAL

Tabla 8. Leyes del algebra proposicional

NOMBRE DE LA LEY	LOGICA DE PROPOSICIONES
1. Idempotencia	• $p \wedge p \Leftrightarrow p$ • $p \vee p \Leftrightarrow p$
2. Identidad	• $p \wedge (V) \Leftrightarrow p$ • $p \vee (F) \Leftrightarrow p$
3. Dominación	• $p \wedge (F) \Leftrightarrow (F)$ • $p \vee (V) \Leftrightarrow (V)$
4. Conmutativa	• $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ • $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
5. Asociativa	• $p \wedge q \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ • $p \vee q \vee r \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
6. Distributiva	• $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ • $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
7. Complementación: • **Contradicción** • **Tercero excluido**	 • $p \wedge \neg p \Leftrightarrow (F)$ • $p \vee \neg p \Leftrightarrow (V)$
8. Involución	• $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$ doble negación • $\neg(\neg(\neg p)) \Leftrightarrow \neg p$ triple negación
9. D' Morgan	• $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

Ejemplo: Simplifica la proposición aplicando las leyes del álgebra proposicional: $\sim\{[\sim p \vee \sim q] \vee \sim q\}$	
$\sim\{\sim p \vee (\sim q \vee \sim q)\}$	Ley Asociativa: $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
$\sim\{\sim p \vee (\sim q)\}$	Ley Idempotencia: $p \vee p \Leftrightarrow p$
$\sim(\sim p) \wedge \sim(\sim q)$	Ley D´ Morgan: $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
$p \wedge q$	Ley Involución: $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$

Ejemplo: Simplifica la proposición aplicando las leyes del álgebra proposicional: $[\sim p \vee q] \vee [\sim q \vee \sim p]$	
$[\sim p \vee \sim p] \vee [q \vee \sim q]$	Ley Asociativa: $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
$[\sim p] \vee [q \vee \sim q]$	Ley Idempotencia: $p \vee p \Leftrightarrow p$
$\sim p \vee (V)$	Ley Tercero Excluido: $\sim p \vee p \Leftrightarrow (V)$
(V)	Ley Dominación: $p \vee (V) \Leftrightarrow (V)$

Actividad de Refuezo 3

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad en clase	Biblioteca Web Aula virtual	Realizar los ejercicios propuestos del tema	1 horas	2,00 puntos

LECCION 14: Simplificación de proposiciones

EJERCICIOS

Las leyes del álgebra proposicional se utilizan para verificar proposiciones compuestas, lo que implica determinar el valor de verdad de una proposición. Además, son útiles para simplificar dichas proposiciones compuestas.

Ejemplo: Simplifica la proposición: $\sim(p \wedge \sim q) \rightarrow (p \wedge q)$ aplicando las leyes del álgebra proposicional.	
$\sim[\sim(p \wedge \sim q)] \vee (p \wedge q)$	Ley condicional
$(p \wedge \sim q)] \vee (p \wedge q)$	Ley de doble negación
$p \wedge (\sim q \vee q)$	Ley distributiva
$p \wedge (V)$	Ley Tercero Excluido: $\sim p \vee p \Leftrightarrow (V)$
p	Formas normales

Cuestionario de refuerzo 1

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Revisión contenidos	Biblioteca Web	Realizar cuestionario.	3 horas	3,00 puntos

Autoevaluacion 6

1. La simplificación de la proposición: $\sim [(\sim p \wedge q) \rightarrow p] \vee q$, es:
   a) p b) q c) $p \wedge q$ d) $p \vee q$

2. La simplificación de la proposición: $[p \vee (\sim q \wedge r)] \rightarrow [p \rightarrow (\sim p \wedge q)$, es:
   a) $\sim p$ b) $\sim q$ c) $p \wedge q$ d) $p \vee q$

3. La simplificación de la proposición: $(\sim p \rightarrow q) \wedge \sim(q \rightarrow \sim p)$, es:
   a) $\sim p$ b) $\sim q$ c) $p \wedge q$ d) $p \vee q$

4. La simplificación de la proposición: $[(p \vee \sim q) \rightarrow \sim p] \wedge (\sim p \leftrightarrow q)$, es:
   a) $\sim p$ b) $\sim q$ c) $\sim p \wedge q$ d) $\sim p \vee q$

LECCION 15: Leyes del algebra proposicional

EJERCICIOS

A continuación, se realizará una serie de ejercicios de refuerzo:

Ejemplo: simplificar $(p \leftrightarrow q) \vee (p \vee q)$	
$(p \leftrightarrow q) \vee (p \vee q)$	Definición Bicondicional
$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \vee (p \vee q)$	Definición de Implicación
$[(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)] \vee (p \vee q)$	Ley Distributiva
$[(\sim p \vee q) \vee (p \vee q)] \wedge [(\sim q \vee p) \vee (p \vee q)]$	Ley Asociativa
$[q \vee (\sim p \vee p)] \wedge [p \vee (\sim q \vee q)]$	Condición de Negación
$(q \vee V) \wedge (p \vee V)$	Condición de Tautología
$\mathbf{V}$	

Ejemplo: simplificar $[(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \rightarrow p)] \vee (p \wedge \sim q)$	
$[(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \rightarrow p)] \vee (p \wedge \sim q)$	Definición de Implicación
$[(\sim p \vee q) \wedge (\sim\sim q \vee p)] \vee (p \wedge \sim q)$	Doble Negación
$[(\sim p \vee q) \wedge (q \vee p)] \vee (p \wedge \sim q)$	Ley Distributiva
$[q \vee (\sim p \wedge p)] \vee (p \wedge \sim q)$	Condición de negación
$(q \vee F) \vee (p \wedge \sim q)$	Elemento Neutro
$q \vee (p \wedge \sim q)$	Ley Distributiva
$(q \vee p) \wedge (q \vee \sim q)$	Condición de Negación
$(q \vee p) \wedge V$	Elemento Neutro
$\mathbf{(q \vee p)}$	

Ejemplo: simplificar: $(q \rightarrow p) \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow (q \wedge \sim p)$	
$(q \rightarrow p) \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow (q \wedge \sim p)]$	Definición Condicional
$\sim(\sim q \vee p) \vee [\sim(p \vee q) \vee (q \wedge \sim p)]$	Ley de Morgan y Doble Negación
$(q \wedge \sim p) \vee [(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)]$	Ley Distributiva
$(q \wedge \sim p) \vee [\sim p \wedge (\sim q \vee q)]$	Condición de Negación
$(q \wedge \sim p) \vee (\sim p \wedge V)$	Elemento Neutro
$(q \wedge \sim p) \vee \sim p$	Ley de Absorción
$\mathbf{\sim p}$	

Tarea N ° 5

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web Casa	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

LECCION 16: REPASO PARA LA EVALUACIÓN DE MEDIO CICLO

CUESTIONARIO

Preguntas de opción múltiple.

**1. El conjunto de los números está integrado por los.........................
...y los................................**

a. Enteros positivos y Negativos

b. Racionales e Irracionales

c. Naturales y los Racionales

d. Fraccionarios y los Enteros

2.“La operación de la suma de dos números reales da como resultado otro real”

a. PROPIEDAD CLAUSURATIVA

b. PROPIEDAD CONMUTATIVA

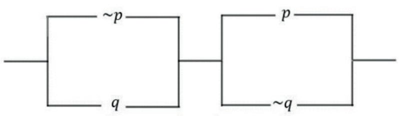
c. PROPIEDAD MODULATIVA

d. PROPIEDAD ASOCIATIVA

3. Realizar la tabla de verdad del siguiente ejercicio: $\sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$

a. FVVF
b. FVVV
c. VFFF
d. VFFV

4. Indique la expresión que representa el circuito lógico



a. $(\sim p \wedge p) \wedge (q \wedge \sim q)$
b. $(\sim p \wedge p) \vee (q \wedge \sim q)$
c. $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$
d. $(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$

5. Simplifica la proposición: $(\sim p \rightarrow q) \wedge \sim (q \rightarrow \sim p)$

a. $p \wedge q$
b. $p \vee q$
c. p
d. q

UNIDAD III

CALCULO DIFERENCIAL

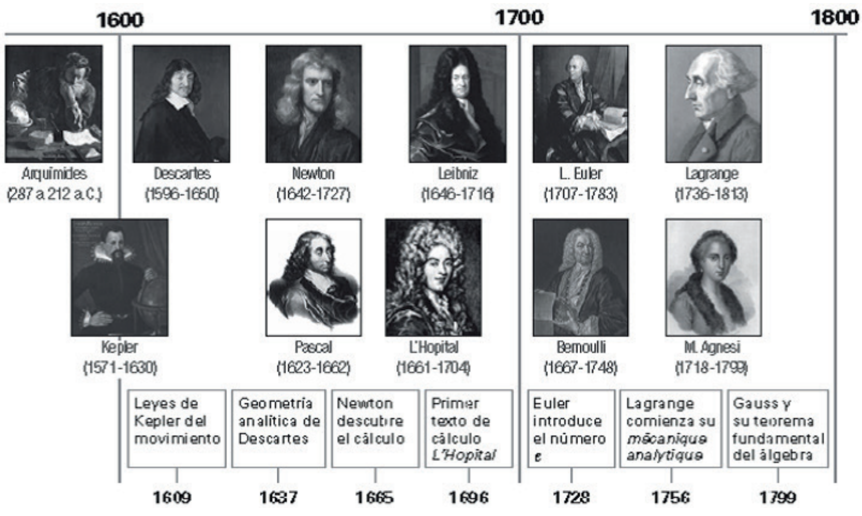
LECCION 17: Reseña histórica e introducción

INTRODUCCIÓN

Cuando se presentan preguntas relacionadas con la relación entre dos cantidades variables, nos adentramos en el ámbito del Cálculo Diferencial. Por lo tanto, este campo de estudio abarca temas como la velocidad (la relación entre la distancia recorrida y el tiempo que se tarda en recorrerla) de una partícula en un instante específico, así como la pendiente (la relación entre la diferencia de las coordenadas y las ordenadas de dos puntos en el plano cartesiano) de la recta tangente a una curva en un punto determinado.

RESEÑA HISTORICA

Figura 6. Personajes de la historia del cálculo diferencial



LECCION 18: Definición e interpretación geométrica de la derivada

CONCEPTO DE UNA DERIVADA

La idea de derivada en una función matemática está estrechamente vinculada al concepto de límite. Se entiende que la derivada representa el cambio instantáneo que experimenta la función entre dos puntos adyacentes de su dominio. Esta noción de instantaneidad que implica la derivada tiene diversas aplicaciones en la explicación de fenómenos científicos.

Ejemplo: calcular el límite de $\lim\limits_{-2} \frac{x^2-5}{3x-2}$

$$\lim_{-2}\frac{(-2)^2-5}{3(-2)-2}=\frac{4-5}{-6-2}=\frac{-1}{-8}=\frac{1}{8}$$

Ejemplo: calcular el límite de $\lim\limits_{5} \frac{x-5}{x^2-25}$

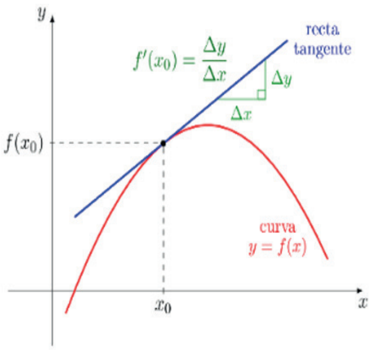
$$\lim_{5}\frac{x-5}{x^2-25}=\frac{5-5}{5^2-25}=\frac{0}{0}\ \textit{Cantidad Indeterminada}$$

$$\lim_{5}\frac{x-5}{x^2-25}\quad \lim_{5}\frac{x-5}{(x+5)(x-5)}\lim_{5}\frac{1}{x+5}=\frac{1}{5+5}=\frac{1}{10}$$

DERIVADA DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

Consideremos la función f(x) y un punto “a” dentro de su dominio. La derivada de la función en ese punto, que se representa como f(a), se define como el siguiente límite:

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$



REGLA PARA CALCULAR LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

1. Sustituir la función f(x) por x+∆x
2. Restar al resultado del paso 1 la función f(x)
3. Al resultado del paso 2 dividir entre ∆x
4. Al resultado del paso 3 obtener el límite cuando ∆x tiende a 0

Ejemplo: Derivar aplicando la definición de derivada

$$f(x) = 3x^2 + 2x$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3(x+\Delta x)^2 + 2(x+\Delta x) - (3x^2+2x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3x^2 + 6x\Delta x + 3\Delta x^2 + 2x + 2\Delta x - 3x^2 - 2x}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{6x\Delta x + 3\Delta x^2 + 2\Delta x}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} 6x + 3\Delta x + 2 = 6x + 2$$

Ensayo 1

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Ensayo: El cálculo diferencial en la vida cotidiana	Biblioteca Web Artículos científicos	Realizar un ensayo sobre el tema indicado	3 horas	2,00 puntos

LECCION 19: Reglas básicas de derivación

REGLAS BÁSICAS DE DERIVACIÓN

Las reglas de derivación son técnicas utilizadas para determinar la derivada de una función. Se trata de un conjunto de procedimientos que facilitan el cálculo de la función derivada, evitando la necesidad de utilizar la definición de derivada, la cual a menudo implica cálculos complicados.

Tabla 9. Reglas básicas de derivación

TIPO DE REGLA	FORMULA
La Regla De La Constante	$\frac{d}{dx}[c] = 0$
La Regla De La Suma	$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$
La Regla De La Diferencia	$\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$
La Regla De La Producto	$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$
La Regla De La Cociente	$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2}, \quad g(x) \neq 0$
La Regla General de la Potencia	$\frac{dy}{dx} = n[u(x)]^{n-1}\frac{du}{dx}$

Ejemplo:	SOLUCIÓN
1) $Derivar\ f(x) = 3x^2 - 5x + 1$	$f'(x) = 6x - 5$
2) $Derivar\ f(x) = 3x^2(2x - 3)$	$f'(x) = 3x^2 \frac{d}{dx}(2x-3) + (2x-3)\frac{d}{dx}(3x^2)$ $f'(x) = 3x^2(2) + (2x-3)(6x)$ $f'(x) = 6x^2 + 12x^2 - 18x$ $f'(x) = 18x^2 - 18x$
3) $Derivar\ f(x) = \frac{5x^2}{x-2}$	$f'(x) = \frac{(x-2)\frac{d}{dx}(5x^2) - 5x^2\frac{d}{dx}(x-2)}{(x-2)^2}$ $f'(x) = \frac{(x-2)(10x) - 5x^2(1)}{(x-2)^2}$ $f'(x) = \frac{10x^2 - 20x - 5x^2}{(x-2)^2} = \frac{5x^2 - 20x}{(x-2)^2} = \frac{5x(x-4)}{(x-2)^2}$

Tarea N ° 6

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

LECCION 20: Reglas de derivación de Funciones logarítmicas y exponenciales

REGLAS DE DERIVACIÓN

Para derivar cualquier función, es suficiente con entender las propiedades de la derivación y, para facilitar los cálculos, memorizar las fórmulas generales de las derivadas de funciones potenciales, exponenciales y logarítmicas.

Tabla 10. Reglas de derivación

REGLA DE FUNCIONES LOGARTIMICAS Y EXPONENCIALES	EJEMPLO
$\frac{d}{dx}(\ln(v)) = \frac{1}{v}\frac{d}{dx}(v)$	$\frac{d}{dx}(\ln(x^2)) = \frac{1}{x^2}\frac{d}{dx}(x^2) = \frac{1}{x^2}(2x) = \frac{2}{x}$
$\frac{d}{dx}(\log_a(v)) = \frac{\log_a(e)}{v}\frac{d}{dx}(v)$	$\frac{d}{dx}(\log_2(x-1)) = \frac{\log_2(e)}{x-1}\frac{d}{dx}(x-1) = \frac{\log_2(e)}{x-1}$
$\frac{d}{dx}(e^v) = e^v\frac{d}{dx}(v)$	$\frac{d}{dx}(e^{x-2}) = e^{x-2}\frac{d}{dx}(x-2) = e^{x-2}$
$\frac{d}{dx}(a^v) = a^v\ln(a)\frac{d}{dx}(v)$	$\frac{d}{dx}(3^{5x-2}) = 3^{5x-2}\ln(3)\frac{d}{dx}(5x-2) = 3^{5x-2} \cdot 5\ln(3)$

USO DE LAS TICS

Utilice el enlace o el código QR para realizar el cálculo de la derivada:

1) $y = ln\,(2x-3)$
2) $y = ln\,(x-1)^2$
3) $y = e^{4x-1}$
4) $y = 3e^{x^2+2x-1}$
5) $y = 3^{2x-5}$

https://es.symbolab.com/solver/derivative-calculator

Symbolab

Prueba Escrita 3

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Plataforma moodle	Realizar la evaluación	1 horas	2,00 puntos

LECCION 21: Reglas de derivación de Funciones Trigonométricas

REGLAS DE DERIVACIÓN

La derivación de funciones trigonométricas se presenta a continuación.

Tabla 11. Reglas básicas de derivación funciones trigonométricas

Derivadas	Identidades trigonométricas	
$\frac{d}{dx}[senx] = \cos x$	$\csc x = \frac{1}{senx}$	$sen(-x) = -senx$
$\frac{d}{dx}[\cos x] = -senx$	$\sec x = \frac{1}{\cos x}$	$\cos(-x) = -\cos x$
$\frac{d}{dx}[\tan x] = \sec^2 x$	$\tan x = \frac{senx}{\cos x}$	$\tan(-x) = -\tan x$
$\frac{d}{dx}[\cot x] = -\csc^2 x$	$\cot x = \frac{\cos x}{\tan x}$	$sen(\frac{\pi}{2}-x) = \cos x$
$\frac{d}{dx}[\sec x] = \sec x \tan x$	$1+\tan^2 x = \sec^2 x$	$\cos(\frac{\pi}{2}-x) = senx$
$\frac{d}{dx}[\csc x] = -\csc x \cot x$	$1+\cot^2 x = \csc^2 x$	$\tan(\frac{\pi}{2}-x) = \cot x$

Actividad de Refuerzo 4

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad en clase	Biblioteca Web Aula virtual	Realizar los ejercicios propuestos del tema	1 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 7

1) Calcular la derivada de: $y = \sin(2x)$
   a) $2\sin(2x)$ b) $2\cos(2x)$ c) $\cos(2x)$ d) $\sin(2x)$

2) Calcular la derivada de: $y = \cos(x^2 - 3x)$
   a) $(2x-3)\,\mathrm{sen}(x^2-3x)$ b) $(3-2x)\,\mathrm{sen}(x^2-3x)$ c) $-\mathrm{sen}(x^2-3x)$ d) $\sin(x^2-3x)$

3) Calcular la derivada de: $y = \sec(4x)$
   a) $2\sec(4x)\tan(4x)$ b) $4\tan(4x)\sec(4x)$ c) $4\sec(4x)$ d) $4\tan(4x)$

4) Calcular la derivada de: $y = \tan(2x-1)$
   a) $sec^2(2x-1)$ b) $2sec^2(2x-1)$ c) $-2sec^2(2x-1)$ d) $2sec^2(1-2x)$

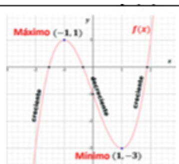
LECCION 22: Aplicación de las derivadas

APLICACIONES DE LA DERIVADA

Las derivadas tienen múltiples aplicaciones, además de calcular la pendiente de la tangente a una curva en un punto específico. También se utilizan para determinar las tasas de cambio, identificar los valores máximos y mínimos de una función, así como para analizar la concavidad y convexidad.

CALCULO DE MAXIMOS Y MINIMOS DE UNA FUNCIÓN

Tabla 12. Cálculo de máximos y mínimos

	https://es.symbolab.com/graphing-calculator Symbolab	
Determinar la primera derivada de la función.	$f'(x) = 3x^2 - 3$	
Igualar la primera derivada a cero	$3x^2 - 3 = 0$	
Determinar los valores de las raíces en la expresión resultante mediante procesos algebraicos como la factorización.	$3(x^2-1) = 0$ $3(x-1)(x+1) = 0$	

Obtener los valores críticos	$x-1=0; x+1=0$ $x=1$ y $x=-1$
Reemplazar los valores críticos obtenidos en la expresión original, para determinar $f(x)$	$f(x)=x^3-3x-1$ $f(1)=(1)^3-3(1)-1=-3$ $f(-1)=(-1)^3-3(-1)-1=1$
Determinar la segunda derivada de la función	$f''(x)=6x$
Reemplazar los valores críticos obtenidos en la expresión original, para determinar $f(x)$	$f''(1)=6(1)=6$ $f''(-1)=6(-1)=-6$
Como $f''(1)>0$, es un Mínimo	Mínimo en $(1,-3)$
Como $f''(-1)<0$, es un Máximo	Máximo en $(-1,1)$
Si $f'(x)>0$ La función es creciente en el intervalo	$f'(-2)=3(-2)^2-3=+9$ $f'(2)=3(2)^2-3=+9$ Según la gráfica la función es creciente en los intervalos: $(\infty,-1]$ y $[1,\infty)$
Si $f'(x)<0$ La función es decreciente en el intervalo	$f'(0)=3(0)^2-3=-3$ Según la gráfica la función es decreciente en el intervalo: $[-1,1]$

Tarea N ° 7

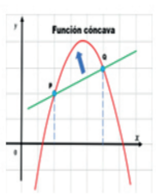
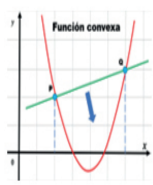
Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

LECCION 23: Ejercicios de aplicación de las derivadas

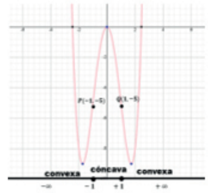
EJERCICIOS DE CURVATURA

Los puntos de inflexión son aquellos en los que una función cambia de ser cóncava a convexa o viceversa. Desde un enfoque matemático, esto ocurre cuando la segunda derivada de la función f, en el punto analizado, está definida y experimenta un cambio de signo..

Tabla 13. Puntos de inflexión

	Una función se considera cóncava o tiene su concavidad orientada hacia abajo cuando, para cualquier par de puntos seleccionados, el segmento que los conecta se encuentra por debajo de la curva. $f''(a)<0$ Intervalos de concavidad		Una función se define como convexa o con concavidad hacia arriba cuando, al seleccionar dos puntos en la curva, el segmento que los conecta se sitúa por encima de la misma. $f''(a)>0$ Intervalos de convexidad

EJEMPLO: Estudiar la curvatura de la siguiente función: $f(x) = x^4 - 6x^2$

Cálculo de la segunda derivada	$f'(x) = 4x^3 - 12x$ $f''(x) = 12x^2 - 12$	
Se iguala la segunda derivada a cero $f''(x) = 0$ Determinar en qué valores se anula.	$12x^2 - 12 = 0$ $12(x^2 - 1) = 0$ $12(x+1)(x-1) = 0$ $x = -1;\ x = 1$	
Puntos de inflexión: $P(-1,-5);\ Q(1,-5)$	$f(-1) = (-1)^4 - 6(-1)^2 = 1 - 6 = -5$ $f(1) = (1)^4 - 6(1)^2 = 1 - 6 = -5$	
Señalar en una recta los valores +1 y -1 y queda dividido en tres intervalos. Tomar un valor de x para cada trozo y sustituir en la segunda para ver su signo.	-1 1	

Intervalo	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,+\infty)$
Valor de x	$x = -2$	$x = 0$	$x = 2$
Valor $f''(x)$	$f''(-2) = 36$	$f''(0) = -12$	$f''(2) = 36$
Signo $f''(x)$	$f''(-2) > 0$	$f''(0) < 0$	$f''(2) > 0$
Curvatura	Convexa	Cóncava	Convexa

Informe de laboratorio 1

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Informe de laboratorio	Biblioteca Web Artículos científicos	Determinar la derivada de una función en un punto y representar gráficamente	5 horas	5,00 puntos

LECCION 24: Ejercicios de recapitulación

EJERCICIOS DE FIN DE UNIDAD

Para la resolución de los siguientes ejercicios se debe tomar en cuenta las reglas de derivaciones correspondientes para su solución:

Ejemplo: derivar $y = \frac{sen\,(2x)}{\cos(2x)}$

$$y' = \frac{\cos(2x)\frac{d}{dx}sen\,(2x) - sen\,(2x)\frac{d}{dx}\cos(2x)}{cos^2(2x)}$$

$$y' = \frac{\cos(2x)\,2cos\,(2x) + sen\,(2x)\,2\,\text{sen}(2x)}{cos^2(2x)}$$

$$y' = \frac{\cos(2x)\,2cos\,(2x) + sen\,(2x)\,2\,\text{sen}(2x)}{cos^2(2x)}$$

$$y' = \frac{2cos^2(2x) + 2sen^2\,(2x)}{cos^2(2x)}$$

$$y' = \frac{2[\cos^2(2x) + sen^2\,(2x)]}{cos^2(2x)} = \frac{2}{cos^2(2x)}$$

Ejemplo: derivar $y = \ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right)$

$$y' = \frac{x+1}{x-2}\cdot\frac{d}{dx}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)$$

$$y' = \frac{x+1}{x-2}\cdot\frac{(x+1)\frac{d}{dx}(x-2) - (x-2)\frac{d}{dx}(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$y' = \frac{1}{x-2}\cdot\frac{(x+1)-(x-2)}{x+1}$$

$$y' = \frac{x+1-x+2}{(x-2)(x+1)} = \frac{3}{(x-2)(x+1)}$$

Actividad de Refuerzo 5

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad en clase	Biblioteca Web Aula virtual	Realizar los ejercicios propuestos del tema	1 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 8

1. Calcular la derivada de $f(x) = \frac{2}{\sqrt{\cos x}}$

   a) $\frac{\cos x}{\sqrt{\cos x}}$ b) $\frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{\cos x}}$ c) $\frac{\tan x}{\sqrt{\cos x}}$ d) $\frac{\tan x}{\cos x}$

2. ¿Cuáles son las coordenadas del punto máximo de la función $f(x) = -x^2 + 2x$?

   a) $(-1, 1)$ b) $(1, -1)$ c) $(1, 1)$ d) $(-1, -1)$

3. ¿Determina el punto máximo de la función $f(x) = -x^3 + 3x + 2$?

   a) (-14) b) $(1, 4)$ c) $(4, 1)$ d) $(-4, -1)$

UNIDAD IV

CALCULO INTEGRAL

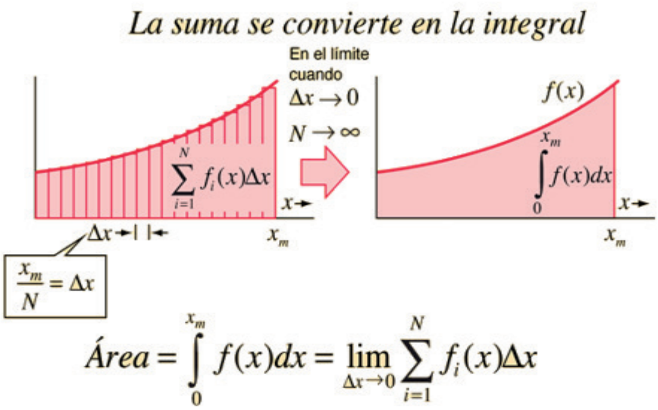
LECCION 25: Introducción al cálculo integral

INTRODUCCIÓN

La integración es un concepto fundamental en las matemáticas contemporáneas, especialmente en el cálculo y el análisis matemático. En términos simples, una integral puede entenderse como la suma de un número infinito de elementos que son infinitamente pequeños.

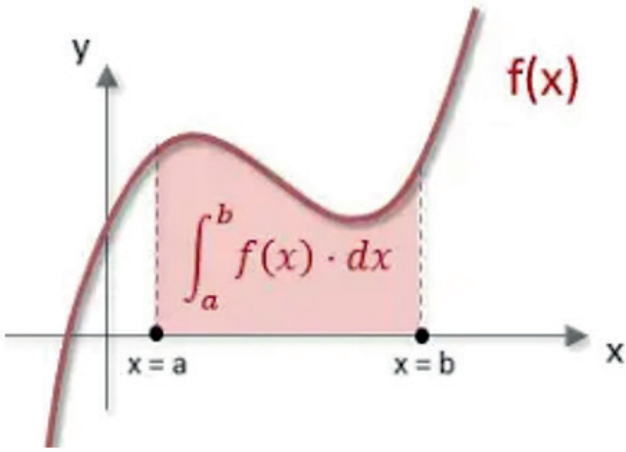
El cálculo integral, que forma parte del cálculo infinitesimal, es una disciplina matemática centrada en el proceso de integración o anti-derivación. Es de gran importancia en la ingeniería y las matemáticas, y se utiliza principalmente para determinar áreas y volúmenes de superficies y sólidos de revolución..

Figura 7. Gráfica del cálculo integral



El cálculo integral surgió de la necesidad de resolver el problema de la obtención de áreas de figuras planas. En principio se aproximaba la figura cuya área se deseaba calcular mediante varios polígonos de áreas conocidas. Y de allí surgió el concepto de Integral Definida. La integral definida de la función f(x) entre a y b (límites de integración), es el área de la porción de plano limitada entre la gráfica de la función, el eje "x" y las rectas paralelas x = a y x = b

Figura 8. Gráfica del cálculo de área



Tarea N ° 8

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web	Actividad de refuerzo	5 horas	5,00 puntos

LECCION 26: Reglas básicas de integración

LA INTEGRAL INDEFINIDA

El proceso que permite recuperar una función que ha sido previamente derivada se conoce como anti-derivación.

Esta operación es la inversa de la derivada. Para denotar la anti-derivada de una función, se emplea la siguiente notación:

$$\int \underbrace{f(x)}_{\text{Integrando}} \underbrace{dx}_{\text{Variable de integración}} = F(x) + \underbrace{C}_{\text{Constante de Integración}}$$

REGLAS BÁSICAS DE INTEGRACIÓN INMEDIATAS

$\int 0\, dx = C$ $\int dx = x + C$ $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ $\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x\rvert + C$ $\int e^x dx = e^x + C$ $\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \forall\, a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$	$\int sen\, x\, dx = -\cos x + C$ $\int cos\, x\, dx = sen\, x + C$ $\int \frac{1}{cos^2 x} dx = tg\, x + C$ $\int \frac{1}{sen^2 x} dx = -cotg\, x + C$ $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = arc\, sen\, x + C$ $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = arc\, tg\, x + C$

Tabla 14. Reglas básicas de integración

EJEMPLO: Calcular la integral de: $\int 4x^3\, dx$	**EJEMPLO:** Calcular la integral de: $\int cos^3 x\, sen\, x\, dx$
La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función. Se aplica fórmulas de las integrales indefinidas inmediatas: $4\int x^3 dx = 4.\frac{x^{3+1}}{3+1} + C = \frac{4x^4}{4} + C = x^4 + C$	Se identifica la función principal: $u = \cos x$ La derivada es $u' = -sen\, x$ Se añade el signo (-). Por tanto, el integrado es de la forma: $\int u^n \cdot u' dx = \frac{u^{n+1}}{n+1}$ $-\int (\cos x)^3\, \operatorname{sen} x\, dx = -\frac{(\cos\, x)^{3+1}}{3+1} = -\frac{(\cos x)^4}{4}$

Proyecto práctico 2

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Clase teórica - práctica en video	Biblioteca Web Editora videos	Presentar el video del tema selecciona-do en 3 a 5 minutos	5 horas	5,00 puntos

LECCION 27: Métodos básicos de integración

Existen varios métodos o diferentes técnicas elementales de integración que se utilizan para calcular la antiderivada o integral indefinida de una función.

INTEGRACIÓN POR DESCOMPOSICIÓN

La integración por descomposición implica dividir el integrando en sumas de integrales que se pueden resolver fácilmente, basándose en la definición de la integral indefinida. Al descomponer el integrando en expresiones equivalentes, se obtienen integrales que son conocidas o casi inmediatas, lo que facilita su cálculo.

$$\int [a \cdot f(x) \pm b \cdot g(x)]\,dx = a\int f(x)\,dx \pm b\int g(x)\,dx$$

EJEMPLO: Calcular la integral de: $\int \frac{(2x^2-3)^2}{x}dx$	
En el numerador, se eleva al cuadrado un binomio, y la integral de una suma de funciones se puede expresar como la suma de las integrales de cada una de esas funciones.	$\int \frac{(2x^2)^2 - 2(2x^2)(3) + 3^2}{x}dx$ $\int \frac{4x^4}{x}dx - \int \frac{12x^2}{x}dx + \int \frac{9}{x}dx$
La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función.	$4\int x^3\,dx - 12\int x dx + 9\int \frac{1}{x}dx$
Se aplica fórmulas de las integrales indefinidas inmediatas, de acuerdo con el ejercicio planteado.	$4.\frac{x^{3+1}}{3+1} - 12.\frac{x^{1+1}}{1+1} + 9\ln x + C$
Listo esta es la integral calculada. Si se deriva resulta que coincide con el integrado.	$x^4 - 6x^2 + 9\ln\lvert x\rvert + C$

EJEMPLO 19.- Calcular la integral de: $\int \frac{x-2}{x^2+1}dx$	
Se descompone el integrando como una suma de fracciones, y se obtiene dos integrales inmediatas:	$\int \left(\frac{x}{x^2+1} - \frac{2}{x^2+1}\right)dx$
La integral de una función multiplicada por una constante es equivalente a la constante multiplicada por la integral de esa función.	$\int \frac{x}{x^2+1}dx - \int \frac{2}{x^2+1}dx$ $\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1}dx - 2\int \frac{1}{x^2+1}dx$
Se aplica fórmulas de las integrales indefinidas inmediatas, de acuerdo con el ejercicio planteado. Listo esta es la integral calculada	$\frac{1}{2}.\ln\lvert x^2+1\rvert - 2.arc\,tg\,x + C$

Prueba Escrita 3

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Evaluación virtual	Plataforma moodle	Realizar la evaluación asignada en la plataforma	1 horas	2,00 puntos

LECCION 28: Ejercicios varios de integración

Se busca resolver las siguientes integrales de manera intuitiva, considerando una función cuya derivada produzca el resultado que aparece en la integral.

EJEMPLO: Calcular la integral de: $\int x\sqrt{x^2-5}\,dx$	
Se identifica la función principal: $u = x^2 - 5$ La derivada es $u' = 2x$ Se añade el 2 dentro de la integral y el ½ delante de la integral para que no afecte el cálculo.	$\frac{1}{2}\int 2\cdot x\,(x^2-5)^{1/2}\,dx$
Por tanto, el integrado es de la forma: $\int u^n \cdot u'dx = \frac{u^{n+1}}{n+1}$ Y se arregla con las operaciones algebraicas correspondientes.	$\frac{1}{2}\int (x^2-5)^{1/2}\cdot(2x)dx =$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{(x^2-5)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{1}{2}\frac{(x^2-5)^{3/2}}{\frac{3}{2}} = \frac{(x^2-5)^{3/2}}{3} + C$

EJEMPLO: Calcular la integral de: $\int \frac{x-1}{2x^2-4x+1}dx$	
Se identifica la función principal: $u = 2x^2 - 4x + 1$ La derivada es $u' = 4x - 4$ Se añade el 4 dentro de la integral y el $1/4$ delante de la integral para que no afecte el cálculo.	$\frac{1}{4}\int 4\cdot\frac{(x-1)}{2x^2-4x+1}dx$
Por tanto, el integrado es de la forma: $\int \frac{1}{u}\cdot u'dx = \ln u + C$ Y se arregla con las operaciones algebraicas correspondientes.	$\frac{1}{4}\int \frac{1}{x^2-4x+1}\cdot(4x-4)\,dx =$ $\frac{1}{4}\cdot\ln\lvert 2x^2-4x+1\rvert + C$

Tarea N ° 9

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web, Casa	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 9

Calcular las integrales siguientes:

a) $\int x^5\,dx$
b) $\int e^{2x}\,dx$
c) $\int \frac{1}{5x}dx$
d) $\int \frac{1}{2x-1}dx$
e) $\int 3e^{x-1}\,dx$
f) $\int 3^{x-2}\,dx$

g) $\int x\sqrt{x^2-a}\,dx$
h) $\int \frac{x^2}{x^3-1}dx$
i) $\int \cos x\ sen^2 x\,dx$
j) $\int sen^2 x\ cos^5 x\,dx$
k) $\int \sqrt[3]{x+2}\,dx$
l) $\int \frac{x^3-5x+6}{x}dx$

m) $\int \frac{(x-2)^3}{\sqrt{x}}dx$
n) $\int (x-6)^3\,dx$
o) $\int \frac{9e^{x-1}-3^x}{3}dx$
p) $\int \frac{(3x-\sqrt{x})^2}{x\sqrt{x}}dx$
q) $\int \frac{3x+6}{x^2+1}dx$

LECCION 29: Integración con cambio de variable

Integración Por Sustitución O Cambio De Variable

El método de integración por sustitución, también conocido como cambio de variable, se basa en la derivada de funciones compuestas. En este proceso, se selecciona una parte de la expresión a integrar y se asigna a una nueva variable (u), con el objetivo de simplificar la integral y facilitar su cálculo.

EJEMPLO 20.- Calcular la integral de: $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{1+2x}}dx$	
Se hace el cambio de variable:	$\sqrt[3]{1+2x} = u$ $x = \frac{u^3-1}{2}$
Se calcula la diferencial	$dx = \frac{3u^2}{2}du$
Se sustituye en la integral y simplificar el integrando	$\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{1+2x}}dx = \int \frac{\left(\frac{u^3-1}{2}\right)^2}{u} \cdot \frac{3u^2}{2}du$ $\frac{3}{2}\int \left(\frac{u^6-2u^3+1}{4}\right) \cdot u\, du = \frac{3}{8}\int (u^7-2u^4+u)\,du$
Se resuelve la nueva integral	$\frac{3}{8}\left(\frac{u^8}{8} - \frac{2u^5}{5} + \frac{u^2}{2}\right) + C$
Regrese a la variable inicial, para ello emplear: $u = \sqrt[3]{1+2x}$	$\frac{3}{64}\left(\sqrt[3]{1+2x}\right)^8 - \frac{3}{20}\left(\sqrt[3]{1+2x}\right)^5 + \frac{3}{16}\left(\sqrt[3]{1+2x}\right)^2 + C$

Actividad de Refuerzo 6

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad en clase	Biblioteca Web Aula virtual	Realizar los ejercicios propuestos del tema	1 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 10

Realizar las siguientes integrales por sustitución o cambio de variable

a) $\int \frac{dx}{9+x^2}$

b) $\int x\sqrt{x+1}\,dx$

c) $\int \frac{x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}}dx$

d) $\int tag\, x\, dx$

e) $\int \frac{dx}{1+cos^2 x}dx$

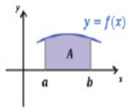
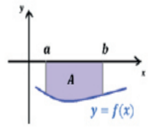
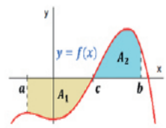
f) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}}dx$

g) $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$

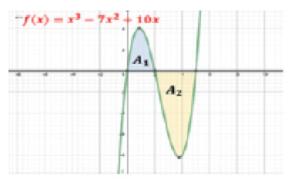
LECCION 30: Aplicaciones de la integral definida

Área De Figuras Planas

Tabla 16. Áreas de figuras planas

CASO I: La función $f(x)$ es positiva en el intervalo $[a,b]$ $f(x) \geq 0 \; \forall x \in [a,b]$ $A = \int_a^b f(x)\,dx$ 	CASO II: La función $f(x)$es negativa en el intervalo $[a,b]$ $f(x) \leq 0 \; \forall x \in [a,b]$ $A = \left\lvert -\int_a^b f(x)\,dx \right\rvert$ 	CASO III: La función $f(x)$ cambia de signo en el intervalo $[a,b]$ $A = A_1 + A_2 = \left\lvert -\int_a^c f(x)\,dx \right\rvert + \left\lvert \int_c^b f(x)\,dx \right\rvert$ 

En cualquier situación, al calcular áreas, es recomendable iniciar determinando los puntos donde la función intersecta el eje x. Esto permite identificar si la función es positiva o negativa y así calcular las integrales adecuadas. Alternativamente, se puede optar por utilizar el valor absoluto para garantizar que el resultado sea positivo.

EJEMPLO 22.- Calcular el área que encierra con el eje x la gráfica de la función: $f(x) = x^3 - 7x^2 + 10x$		GeoGebra
No hace falta dibujar la gráfica. Se calcula los puntos de corte con el eje x:	$x^3 - 7x^2 + 10x = 0$ $x(x^2 - 7x + 10)$ $= 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases}$ $x = 0; x = 2; x = 5$	
Se determina los puntos de corte en el eje x	Corta al eje x en $(0,0)$, $(2,0)$ y $(5,0)$	
Se determina el signo de la función $f(x)$ en el intervalo $[0,2]$ Y se calcula la: A_1	$f(1) = (1)^3 - 7(1)^2 + 10(1) = 4$, significa que la función es positiva en ese intervalo $A_1 = \int_0^2 (x^3 - 7x^2 + 10x)\,dx = \left(\frac{x^4}{4} - 7\frac{x^3}{3} + 10\frac{x^2}{2}\right)\Big\rvert_{x=0}^{x=2}$ $A_1 = \left(\frac{2^4}{4} - 7\frac{2^3}{3} + 10\frac{2^2}{2}\right) - \left(\frac{0^4}{4} - 7\frac{0^3}{3} + 10\frac{0^2}{2}\right) = \frac{16}{3}u^2$	
Se determina el signo de la función $f(x)$ en el intervalo $[2,5]$ Y se calcula la: A_2	$f(3) = (3)^3 - 7(3)^2 + 10(3) = -6$, significa que la función es negativa en ese intervalo $A_2 = \left\lvert \int_2^5 (x^3 - 7x^2 + 10x)\,dx \right\rvert \quad A_1 = \left\lvert \left(\frac{x^4}{4} - 7\frac{x^3}{3} + 10\frac{x^2}{2}\right) \right\rvert_{x=2}^{x=5}$ $A_2 = \left\lvert \left(\frac{5^4}{4} - 7\frac{5^3}{3} + 10\frac{5^2}{2}\right) - \left(\frac{2^4}{4} - 7\frac{2^3}{3} + 10\frac{2^2}{2}\right) \right\rvert = \left\lvert \frac{-125}{12} - \frac{16}{3} \right\rvert = \left\lvert \frac{-63}{4} \right\rvert = \frac{63}{4}u^2$	
En total el área pedida será:	$A = A_1 + A_2 = \frac{16}{3} + \frac{63}{4} = \frac{253}{12}u^2 = 21{,}08u^2$	

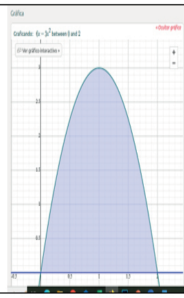
Cuestionario de refuerzo 2

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Revisión contenidos	Biblioteca Web	Realizar cuestionario subido en la plataforma.	3 horas	3,00 puntos

LECCION 31: Ejercicio de refuerzo

Calculo De Áreas Encerradas Por El Eje "X" Y Funciones

Tabla 17. Cálculo de Áreas

EJEMPLO: Calcular el área limitado por la curva $y = 6x - 3x^2$ y el eje OX	
Se halla los puntos de corte con el eje OX para representar la curva y conocer los límites de integración, es decir, igualamos la función a cero y se resuelve: $6x - 3x^2 = 0$; x=0, x=2	
$A = \int_0^2 6x - 3x^2\,dx = \left[3x^2 - x^3\right]_0^2 = 3(2)^2 - 2^3 = 4u^2$	

Tarea N ° 9

Nro.	Trabajo autónomo	Escenario de desarrollo	Breve descripción	Duración	Valoración
1	Actividad de refuerzo	Biblioteca Web Casa	Realizar los ejercicios propuestos en la plataforma	3 horas	2,00 puntos

Autoevaluacion 11

1. Hallar el área limitada por la recta x + y = 10, el eje OX y las ordenadas de x = 2 y x = 8.
   a) $25u^2$ b) $28u^2$ c) $30u^2$ d) $36u^2$
2. Calcular el área del recinto limitado por la curva $y = 9 - x^2$ y el eje OX.
   a) $28u^2$ b) $30u^2$ c) $33u^2$ d) $36u^2$
3. Hallar el área limitada por la curva $y = \cos x$ y el eje OX entre $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{3\pi}{2}$.
   a) $2u^2$ b) $3u^2$ c) $4u^2$ d) $5u^2$
4. Hallar el área de la figura limitada por la función $f(x) = x(x-1)(x-2)$ y el eje OX.
   a) $0{,}5u^2$ b) $0{,}8u^2$ c) $0{,}9u^2$ d) $1{,}2u^2$
5. Calcular el área de las regiones del plano limitada por la curva $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje OX.
   a) $5u^2$ b) $8u^2$ c) $10u^2$ d) $12u^2$

LECCION 31: Ejercicio de refuerzo

CUESTIONARIO

Preguntas de opción múltiple.

1. El valor de la derivada de una función en un punto puede interpretase geométricamente, ya que:

a. Representa a unas figuras geométricas

b. Su punto está en el plano cartesiano

c. dicho punto en el plano es geométrico

d. se corresponde con pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto.

2. Selecciona la opción que corresponde la derivada de:

$$y = (x-1)^2(x+2)^2$$

a) $3x^3 - 24x^2 - 24x + 16$ b) $4x^3 - 12x^2 + 12x + 32$

c) $4x^3 - 12x^2 - 24x + 32$ d) $3x^3 - 24x^2 - 24x + 16$

3. Selecciona la opción que corresponde la derivada de:

$$\boldsymbol{y = x^2\sqrt{x^2 - 2}}$$

a) $\frac{x^2 - 4x}{\sqrt{x^2 - 2}}$ b) $\frac{3x^2 - 4x}{\sqrt{x^2 - 2}}$ c) $\frac{3x^3 - 4x}{\sqrt{x^2 - 2}}$ d) $\frac{x^3 - 3x}{\sqrt{x^2 - 2}}$

4. Calcular la integral indefinida de:

$$\int (\boldsymbol{12x^3 + 9x^2 - 4x - 10})\, \boldsymbol{dx}$$

a) $4x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x$ b) $3x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x$ c) $3x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x + k$ d) $4x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x + k$

5. Calcular el área limitada por la curva $\boldsymbol{y = 6x^2 - 3x^3}$ y el eje de las abscisas desde $x_1 = 0$ **a** $x_2 = 2$ (Aplicar la integral definida)

a) $2u^2$ b) $3u^2$ c) $4u^2$ d) $8u^2$

BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA

- SWOKOWSKI. COLE (2018). Precalculo (1ra Edición). México. Cengage Learning Editores S. A.
- GALDEANO OVIEDO ZAKOWICZ (2017) Algebra y geometría Analítica (1ra Edición). San Luis. Editorial UNSL.
- RINCON William (2016). Lógica Matemática. (1ra Edición) Colombia FUMC S. A.

COMPLEMENTARIA

- LARA, Jorge; ARROBA, Jorge (1987). análisis Matemático. (1ra Edición). Quito. Universidad Central
- URQUIZO, Ángel, URQUIZO, Angelica. (1997). Matemática Fundamental. Riobamba: EDIPCENTRO
- APOSTOL. Tom (1967). Cálculus. (2da Edición). USA

Planificación Específica Por Unidades Y Clases

Unidad	Semana	Nro. de Lección	Temas	Ambiente del Componente de aprendizaje en contacto con el docente
1	1	1	Introducción a los símbolos matemáticos	
		2	Conjunto de los números naturales.	
	2	3	Conjunto de los números enteros	
		4	Conjunto de los números racionales	
	3	5	Conjunto de los números reales	
		6	Reducción de términos semejantes	
	4	7	Operaciones combinadas	
		8	Ejercicios de refuerzo	
2	5	9	Historia e introducción	
		10	Tablas de verdad	
	6	11	Ejercicios de refuerzo	
		12	Circuitos Lógicos	
	7	13	Leyes del algebra proposicional	
		14	Simplificación de proposiciones	
	8	15	Ejercicios de refuerzo	
		16	Examen de medio Ciclo	
3	9	17	Reseña histórica e introducción	
		18	Definición e interpretación geométrica de la derivada	
	10	19	Reglas básicas de derivación	
		20	Reglas de derivación de Funciones logarítmicas y exponenciales	
	11	21	Reglas de derivación de Funciones Trigonométricas	
		22	Aplicación de las derivadas	
	12	23	Ejercicios de aplicación de las derivadas	
		24	Ejercicios de recapitulación	
4	13	25	Introducción al cálculo integral	
		26	Reglas básicas de integración	
	14	27	Métodos básicos de integración	
		28	Ejercicios varios de integración	
	15	29	Integración con cambio de variable	
		30	Aplicaciones de la integral definida	
	16	31	Ejercicio de refuerzo	
		32	Examen de fin de ciclo	

Anexo De Evaluación

Medio ciclo:

Tipo de evaluación	Descripción	Nro. Lección/ clase	Aporte 1	Aporte 2	Aporte 3	Examen
Trabajo autónomo	Realizar un aforo	2			2	
Prueba oral	Participación en clase	5/8/13	5			
Tareas	Deberes del tema revisado	3/6/9/12/15		5		
Prueba escrita	Actividades en clase	4/11	5			
Informe de laboratorio	Entrega de informe	7		5		
Proyecto práctico	Realice un estudio de casos del tema …	10			5	
Trabajo autónomo	Realizar un cuestionario	14			3	
Examen principal	Examen en la plataforma	16				10
TOTAL			10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos

Fin de ciclo:

Tipo de evaluación	Descripción	Nro. Lección/ clase	Aporte 1	Aporte 2	Aporte 3	Examen
Trabajo autónomo	Realizar un ensayo	18			2	
Prueba oral	Participación en clase	21/24/29	5			
Tareas	Deberes del tema revisado	19/22/25/28/31		5		
Prueba escrita	Actividades en clase	20/27	5			
Informe de laboratorio	Entrega de informe	23		5		
Proyecto práctico	Realice un estudio de casos del tema …	26			5	
Trabajo autónomo	Realizar un cuestionario	30				
Examen principal	Examen en la plataforma	32			3	10
TOTAL			10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos

CASA EDITORA DEL POLO

ISBN: 978-9942-684-32-5

9 789942 684325